

STOCHASTIK

Normalverteilung

**Eine sehr anschauliche Einführung
mit vielen Beispielen
und einer Aufgabensammlung**

Hinweis: Aufgaben und Trainingsaufgaben dieses Textes sind in einem eigenen Text
(Sammlung 9 zur Normalverteilung Nr. 34511) zusammen gefasst.
Dieser enthält zusätzliche Aufgaben aus Prüfungen.

Datei Nr. 34510

Friedrich W. Buckel

Stand 4. August 2016

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

<https://mathe-cd.de>

Inhalt

1	Übersicht über den Inhalt dieses Textes	3
2	Wiederholung: Drei Beispiele von Binomialverteilungen	4 – 5 - 6
3	Standardisierung von Binomialverteilungen	7
3.1	Gaußsche Glockenkurven zu Histogrammen Standardisierte Glockenkurve und φ – Funktion	7 10
3.2	Umkehrung: Berechnung von Binomialverteilungswerten aus $\varphi(k)$ Drei Berechnungsbeispiele	11 12 – 13
4.	Verteilungsfunktionen zur Berechnung von Intervall-Wahrscheinlichkeiten	14
4.1	Wiederholung: Verteilungsfunktionen der Binomialverteilung	14
4.2	Verteilungsfunktion Φ der Normalverteilung	16
4.3	Näherungsrechnungen mit der Verteilungsfunktion Φ (Beispiele) Globale Näherungsformel von Moivre-Laplace	18 19
	Trainingsaufgaben 2 bis 5	22
5.	Echte Normalverteilungen	23
5.1	Hinführung – ein klein wenig Theorie	23
5.2	Beispiele für normalverteilte Größen	25
	B1: Abfüllen von Zuckerpackungen	25
	B2: Lebensdauer von Akkus	27
	B3: Toleranzgrenze für Schrauben (Rückwärtsrechnung)	28
5.3	Zusammenstellung der Grundaufgaben zu Normalverteilungen Intervalle, die zum Mittelwert symmetrisch sind Trainingsaufgaben 6 bis 10	29 30 31
5.4	Die Bedeutung der Sigma-Umgebungen von μ	32
5.5	Das Problem der Wahrscheinlichkeit $P(X = k)$ bei Normalverteilungen	33
6	Auswertung von Messreihen stetiger Größen durch Klassierung	34
	Einführungsbeispiel 1 (Geschwindigkeitskontrollen)	34
	Beispiel 2 (Masse von Hühnereiern)	38
	Lösungen der Trainingsaufgaben	42

1 Übersicht über den Inhalt des Textes

Darum geht es:

Erstellt man zu einer Binomialverteilung ein Histogramm; dann hängt dessen Gestalt vom Umfang der Stichprobe und von der Grundwahrscheinlichkeit p ab. Die Form wird durch eine Glockenkurve beschrieben,



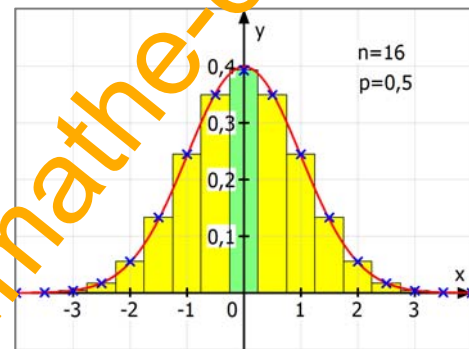
deren Hochpunkt beim Erwartungswert $E = n \cdot p$ liegt. Je größer dieser ist, desto weiter rechts liegt der Hochpunkt.

Man kann durch eine Verschiebung Stauchung und eine Streckungen alle diese Histogramme bzw. die darübergelegte Glockenkurve auf eine Grundform zurückführen.

Diese Kurve heißt **Gaußsche Glockenkurve** (rote Kurve).

Die zugehörige Funktion ist die sogenannte **Dichtefunktion der standardisierten Normalverteilung** mit der Gleichung

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}x^2}$$



Aus ihren Werten kann man **näherungsweise alle Binomialverteilungswerte** berechnen.

Die Werte von φ kann man aus Tabellen ablesen, oder mit CAS-Rechnern oder GTR berechnen.

Diese Grundlagen und die Berechnungsmethoden dazu werden **in den Abschnitten 3 und 4** hergeleitet bzw. besprochen. Das geschieht sehr anschaulich mit Beispielen.

Vom Schüler wird ggf. erwartet, dass er diese Näherungsrechnungen ausführen kann, obwohl heute ja jeder bessere Rechner die Binomialverteilung beherrscht.

Im Abschnitt 5 werden die Experimente besprochen, die sich nicht mehr mit der Binomialverteilung berechnen lassen, weil es sich um Größen bzw. Zufallsvariable handelt, die nicht mehr ganzzahlige Werte besitzen, sondern beliebige Zwischenwerte wie 247,3 g Mehl u.v.a. Diese verhalten sich in der Regel (also normalerweise) so, wie diese Gaußfunktionen es beschreiben. Man nennt diese Berechnungsmethoden daher **Normalverteilung**. Dieser Stoff steht im Lehrplan vieler beruflichen Gymnasien und nicht nur dort. Daher gibt es wichtige Beispiele und Aufgaben.

Bei solchen Messungen fasst man die vielen unterschiedlichen Ergebnisse oft in Klassen zusammen; etwa bei der Bestimmung von Geschwindigkeitsmessungen von $40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ bis $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, dann ab $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ bis $80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ usw. Wie man Messreihen auswertet, die aus solchen zusammenfassenden Klassen bestehen, findet man im Abschnitt 6.